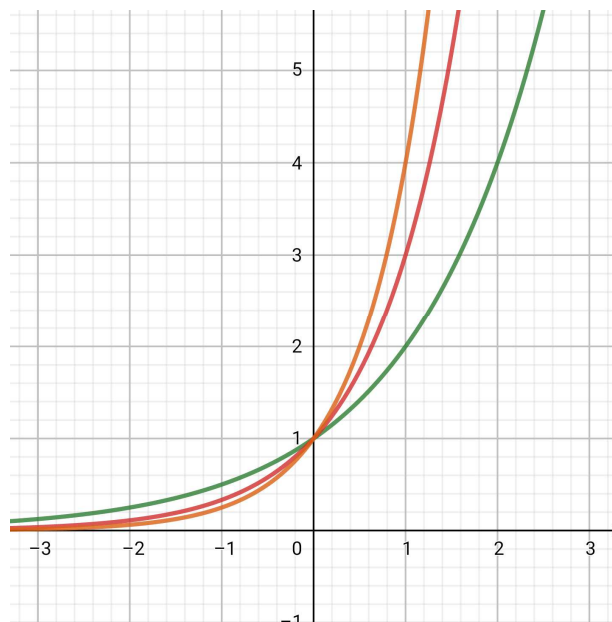


Exponentialfunktionen

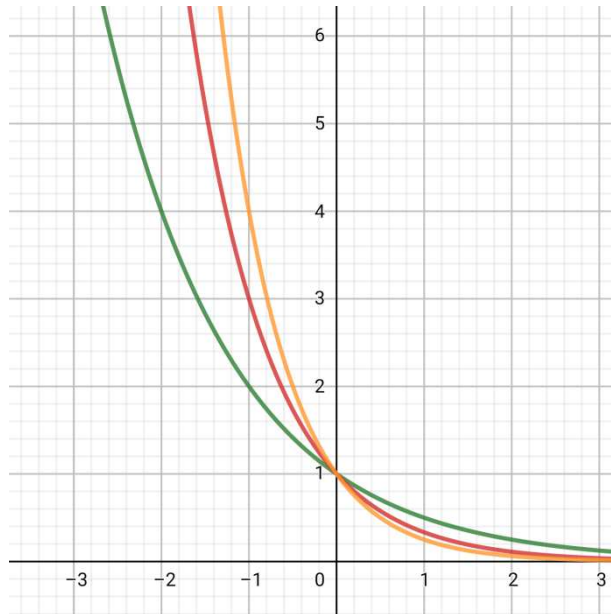
Elementare Exponentialfunktionen sind Funktionen der Form $f(x) = a^x$ ($a > 0$) und der Definitionsmenge $D = \mathbb{R}$. Man kann sie in 2 Gruppen unterteilen:

1) $a > 1$: 2^x ; 3^x ; 4^x



Alle Graphen dieser Funktionen a^x verlaufen durch den Punkt (0/1) und sind steigend

2) $0 < a < 1$: $\left(\frac{1}{2}\right)^x$; $\left(\frac{1}{3}\right)^x$; $\left(\frac{1}{4}\right)^x$



Alle Graphen dieser Funktionen $\left(\frac{1}{a}\right)^x$ verlaufen durch den Punkt (0/1) und sind fallend

Man erhält den Graph der Funktion mit $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ durch Spiegelung des Graphen der Funktion mit $y = 2^x$ an der y-Achse

Begründung: $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2^x} = 2^{-x}$

Aufstellen von Funktionsgleichungen der Form $y = b \cdot a^x$

1. Möglichkeit:

„aus zwei Punkten:“

Beispiel:

$$P_1 (0/4)$$

$$P_2 (1/12)$$

$$f(x) = b \cdot a^x$$

Einsetzen von P_1 :

$$4 = b \cdot a^0$$

$$4 = b \cdot 1$$

$$4 = b$$

$$\text{also: } y = 4 \cdot a^x$$

P_2 einsetzen:

$$12 = 4 \cdot a^1 \quad | :4$$

$$3 = a$$

$$\rightarrow f(x) = 4 \cdot 3^x$$

2.Möglichkeit:

„Wertetabelle:“

Beispiel:

$P_1 (1/2)$

$P_2 (5/162)$

X	1	5
y	2	162

+4

-81

$$a^4 = 81$$

$$\sqrt[4]{\quad}$$

$$a = 3$$

$$f(x) = b \cdot 3^x$$

z.B. $P_1 (1/2)$ einsetzen:

$$2 = b \cdot 3^1$$

$$2 = 3b$$

$$b = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{2}{3} \cdot 3^x$$

3. Möglichkeit:

Gleichungssystem

Beispiel:

$$P_1(2/2) : \quad 2 = b \cdot a^2$$

$$P_2(5/128) : \quad 128 = b \cdot a^5$$

$$\begin{array}{l} \text{I.} \quad 2 = b \cdot a^2 \\ \text{II.} \quad 128 = b \cdot a^5 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} b = \frac{2}{a^2} \\ b = \frac{162}{a^5} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{2}{a^2} = \frac{128}{a^5} \quad | \cdot a^5 \\ \frac{2 \cdot a^5}{a^2} = 128 \quad | :2 \end{array}$$

$$a^3 = 64 \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

$$a = 4$$

$$\rightarrow f(x) = b \cdot 4^x$$

$$\text{in I: } b = \frac{2}{a^2} = \frac{2}{4^2} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$\rightarrow a = 4$$

$$b = \frac{1}{8}$$